

PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

CONVOCATÒRIA: EXEMPLE EXAMEN 2024

CONVOCATORIA: EJEMPLO EXAMEN 2024

Assignatura: MATEMÀTIQUES II

Asignatura: MATEMÁTICAS II

**BAREM DE L'EXAMEN:**

Heu de respondre només a **QUATRE** problemes entre els **VUIT** que es proposen.

Cada problema compta fins a 10 punts.

La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 4 i aproximada a les centèsimes. Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguin gràfiques o programables i que no puguem realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. Amb calculadora o sense, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

**BAREMO DEL EXAMEN:**

El alumnado contestará solo **CUATRO** problemas entre los **OCHO** propuestos.

Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.

La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 4 y aproximada a las centésimas. Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

**En les respostes heu d'escriure tots els passos del raonament que feu.**

**Problema 1 (10 punts)** Siga el sistema d'equacions lineals 
$$\begin{cases} x - y + az = -2 \\ -x + 2y - az = 3 \\ ax + y + z = 2 \end{cases}$$
, on  $a$  és un

paràmetre real. Obteniu:

- [5 punts] L'estudi del sistema en funció del paràmetre  $a$ .
- [5 punts] Les solucions del sistema quan aquest siga compatible.

**Problema 2 (10 punts)** Es donen les matrius  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  i  $U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Obteniu (amb els càlculs intermedis necessaris, així com amb la menció explícita dels teoremes o propietats utilitzats):

- [7 punts] Les matrius  $A^{-1}$  i  $B = A^3 - 3A^2 + 5A$ .
- [3 punts] Els valors  $\alpha$  i  $\beta$  tals que  $\alpha A^2 + \beta A + U = A^{-1}$ .

**Problema 3 (10 punts)** Es donen les funcions polinòmiques  $f(x) = -x^2 + x + 2$  i  $g(x) = x^2 - b$ , on  $b$  és un paràmetre real. Obteniu:

- [5 punts] El valor de  $b$  perquè un dels punts d'intersecció de les corbes  $y = -x^2 + x + 2$  i  $y = x^2 - b$  siga el punt  $P = (-1, 0)$ . Dibuixeu un esquema de les corbes  $y = -x^2 + x + 2$  i  $y = x^2 - 1$ .
- [5 punts] L'àrea de la superfície finita tancada entre les corbes  $y = -x^2 + x + 2$  i  $y = x^2 - 1$ .

**Problema 4 (10 punts)** Una finestra Norman està formada per un rectangle i un semicercle. El semicercle recolza sobre el costat horitzontal superior del rectangle, que coincideix amb el diàmetre horitzontal del semicercle.

La base del rectangle mesura  $x$  i l'altura mesura  $y$ , per tant el diàmetre del semicercle mesura  $x$ .

Obtenui:

- [4 punts] L'expressió  $S(x)$  que dona l'àrea d'una finestra Norman de perímetre 5 metres en funció de l'amplària  $x$ .
- [6 punts] El valor de  $x$  per al qual la funció  $S(x)$  tinga un màxim relatiu i el valor d'aquesta àrea màxima.

**Problema 5 (10 punts)** Donades les rectes  $r: \begin{cases} y - z = 0 \\ 2x + 2 = 0 \end{cases}$  i  $s: \begin{cases} \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{3} = z + 2 \end{cases}$ , obtenui:

- [5 punts] L'equació del pla  $\pi$  paral·lel a totes dues i que passe per l'origen.
- [5 punts] La distància d'un punt de  $r$  i d'un punt de  $s$  al pla  $\pi$ .

**Problema 6 (10 punts)** Donades la recta  $r$  i el pla  $\pi$ , d'equacions  $r = \frac{x-5}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{4}$  i

$\pi = ax + y - z = b$ , amb  $a$  i  $b$  paràmetres reals, obtenui:

- [4 punts] Els valors del paràmetre  $a$  per als quals  $r$  i  $\pi$  es tallen en un únic punt i calculeu les coordenades d'aquest punt en funció del paràmetre  $a$ .
- [6 punts] Els valors de  $a$  i  $b$  tals que la recta  $r$  estiga continguda en el pla  $\pi$  i els valors dels paràmetres perquè la recta  $r$  no talle el pla  $\pi$ .

**Problema 7 (10 punts)** Una màquina funciona en mode automàtic el 70% dels dies i en mode manual la resta dels dies. La probabilitat que tinga una fallada quan funciona en mode automàtic és 0,15. La probabilitat que tinga una fallada quan funciona en mode manual és 0,05. Obtenui:

- [5 punts] La probabilitat que no tinga cap fallada.
- [5 punts] Si un dia té una fallada, quina és la probabilitat que haja funcionat en mode manual?

**Problema 8 (10 punts)** Un usuari d'internet sap que en el 60% de les compres que fa no té cap problema. Si en un dia fa 8 compres, calculeu:

- [4 punts] La probabilitat que, com a màxim en 6 compres, no tinga cap problema.
- [3 punts] La probabilitat que no tinga problemes almenys en 4 compres.
- [3 punts] La probabilitat que no tinga problemes en més de 3 compres i com a màxim en 7.

PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

CONVOCATÒRIA: EXEMPLE EXAMEN 2024

CONVOCATORIA: EJEMPLO EXAMEN 2024

Assignatura: MATEMÀTIQUES II

Asignatura: MATEMÁTICAS II

**BAREM DE L'EXAMEN:**

Heu de respondre només a **QUATRE** problemes entre els **VUIT** que es proposen.

Cada problema puntua fins a 10 punts.

La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 4, i aproximada a les centèsimes. Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguin gràfiques o programables, i que no puguin realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

**BAREMO DEL EXAMEN:**

El alumnado contestará solo **CUATRO** problemas entre los **OCHO** propuestos.

Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.

La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 4 y aproximada a las centésimas. Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

**En las respuestas se deben escribir todos los pasos del razonamiento utilizado.**

**Problema 1 (10 punts)** Sea el sistema de ecuaciones lineales 
$$\begin{cases} x - y + az = -2 \\ -x + 2y - az = 3, \text{ donde } a \text{ es un} \\ ax + y + z = 2 \end{cases}$$

parámetro real. Obtener:

- [5 pts.] El estudio del sistema en función del parámetro  $a$ .
- [5 pts.] Las soluciones del sistema cuando éste sea compatible.

**Problema 2. (10 punts)** Se dan las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  y  $U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Obtener (con los cálculos intermedios necesarios, así como con la mención explícita de los teoremas o propiedades utilizados):

- [7 pts.] Las matrices  $A^{-1}$  y  $B = A^3 - 3A^2 + 5A$ .
- [3 pts.] Los valores  $\alpha$  y  $\beta$  tales que  $\alpha A^2 + \beta A + U = A^{-1}$ .

**Problema 3 (10 punts)** Se dan las funciones polinómicas  $f(x) = -x^2 + x + 2$  y  $g(x) = x^2 - b$ , siendo  $b$  un parámetro real. Obtener:

- [5 pts.] El valor de  $b$  para que uno de los puntos de intersección de las curvas  $y = -x^2 + x + 2$  e  $y = x^2 - b$  sea el punto  $P = (-1, 0)$ . Dibujad un esquema de las curvas  $y = -x^2 + x + 2$  e  $y = x^2 - 1$ .
- [5 pts.] El área de la superficie finita encerrada entre las curvas  $y = -x^2 + x + 2$  e  $y = x^2 - 1$ .

**Problema 4. (10 puntos)** Una ventana Norman está formada por un rectángulo y un semicírculo. El semicírculo está apoyado sobre el lado horizontal superior del rectángulo, que coincide con el diámetro horizontal del semicírculo.

La base del rectángulo mide  $x$  y su altura mide  $y$ , por lo que el diámetro del semicírculo mide  $x$ .

Obtener:

- c) [4 pts.] La expresión  $S(x)$  que da el área de una ventana Norman de perímetro 5 metros en función de su anchura  $x$ .
- d) [6 pts.] El valor de  $x$  para el que la función  $S(x)$  tenga un máximo relativo y el valor de dicha área máxima.

**Problema 5 (10 puntos)** Dadas las rectas  $r: \begin{cases} y - z = 0 \\ 2x + 2 = 0 \end{cases}$  y  $s: \begin{cases} \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{3} = z + 2 \end{cases}$ , obtener:

- c) [5 pts.] La ecuación del plano  $\pi$  paralelo a ambas y que pase por el origen.
- d) [5 pts.] La distancia de un punto de  $r$  y de un punto de  $s$  al plano  $\pi$ .

**Problema 6. (10 puntos)** Dadas la recta  $r$  y el plano  $\pi$ , de ecuaciones  $r = \frac{x-5}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{4}$  y

$\pi = ax + y - z = b$ , con  $a$  y  $b$  parámetros reales, obtener:

- a) [4 pts.] Los valores del parámetro  $a$  para los que  $r$  y  $\pi$  se cortan en un único punto y calcular las coordenadas de dicho punto en función del parámetro  $a$ .
- b) [6 pts.] Los valores de  $a$  y  $b$  tales que la recta  $r$  esté contenida en el plano  $\pi$  y los valores de los parámetros para que la recta  $r$  no corte al plano  $\pi$ .

**Problema 7 (10 puntos)** Una máquina funciona en modo automático el 70% de los días y de modo manual el resto de los días. La probabilidad de que tenga un fallo cuando funciona en modo automático es 0.15. La probabilidad de que tenga un fallo cuando funciona en modo manual es 0.05.

Obtener:

- a) [5 pts.] La probabilidad de que no tenga ningún fallo.
- b) [5 pts.] Si un día tiene un fallo, ¿cuál es la probabilidad de que haya funcionado en modo manual?

**Problema 8 (10 puntos)** Un usuario de internet sabe que en el 60% de las compras que realiza no tiene ningún problema. Si en un día realiza 8 compras, calcular

- a) [4 pts.] La probabilidad de que, como máximo en 6, no tenga ningún problema.
- b) [3 pts.] La probabilidad de que no tenga problemas al menos en 4 compras.
- c) [3 pts.] La probabilidad de que no tenga problemas en más de 3 y como máximo en 7 compras.

**Taula de la distribuci3 binomial (Bin(n,p))**  
**Tabla de la distribuci3 Binomial (Bin(n,p))**

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{k=1}^x \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$$

n	k	0,01	0,05	0,10	0,20	0,25	0,30	1/3	0,35	0,40	0,45	0,50
1	0	0,9900	0,9500	0,9000	0,8000	0,7500	0,7000	0,6667	0,6500	0,6000	0,5500	0,5000
	1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
2	0	0,9801	0,9025	0,8100	0,6400	0,5625	0,4900	0,4444	0,4225	0,3600	0,3025	0,2500
	1	0,9999	0,9975	0,9900	0,9600	0,9375	0,9100	0,8889	0,8775	0,8400	0,7975	0,7500
	2	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
3	0	0,9703	0,8574	0,7290	0,5120	0,4219	0,3430	0,2963	0,2746	0,2160	0,1664	0,1250
	1	0,9997	0,9928	0,9720	0,8960	0,8438	0,7840	0,7407	0,7183	0,6480	0,5748	0,5000
	2	1,0000	0,9999	0,9990	0,9920	0,9844	0,9730	0,9630	0,9571	0,9360	0,9089	0,8750
	3	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
4	0	0,9606	0,8145	0,6561	0,4096	0,3164	0,2401	0,1975	0,1785	0,1296	0,0915	0,0625
	1	0,9994	0,9860	0,9477	0,8192	0,7383	0,6517	0,5926	0,5630	0,4752	0,3910	0,3125
	2	1,0000	0,9995	0,9963	0,9728	0,9492	0,9163	0,8889	0,8735	0,8208	0,7585	0,6875
	3	1,0000	1,0000	0,9999	0,9984	0,9961	0,9919	0,9877	0,9850	0,9744	0,9590	0,9375
	4	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
5	0	0,9510	0,7738	0,5905	0,3277	0,2373	0,1681	0,1317	0,1160	0,0778	0,0503	0,0313
	1	0,9990	0,9774	0,9185	0,7373	0,6328	0,5282	0,4609	0,4284	0,3370	0,2562	0,1875
	2	1,0000	0,9988	0,9914	0,9421	0,8965	0,8369	0,7901	0,7648	0,6826	0,5931	0,5000
	3	1,0000	1,0000	0,9995	0,9933	0,9844	0,9692	0,9547	0,9460	0,9130	0,8688	0,8125
	4	1,0000	1,0000	1,0000	0,9997	0,9990	0,9976	0,9959	0,9947	0,9898	0,9815	0,9688
	5	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
6	0	0,9415	0,7351	0,5314	0,2621	0,1780	0,1176	0,0878	0,0754	0,0467	0,0277	0,0156
	1	0,9985	0,9672	0,8857	0,6554	0,5339	0,4202	0,3512	0,3191	0,2333	0,1636	0,1094
	2	1,0000	0,9978	0,9842	0,9011	0,8306	0,7443	0,6804	0,6471	0,5443	0,4415	0,3438
	3	1,0000	0,9999	0,9987	0,9830	0,9624	0,9295	0,8999	0,8826	0,8208	0,7447	0,6563
	4	1,0000	1,0000	0,9999	0,9984	0,9954	0,9891	0,9822	0,9777	0,9590	0,9308	0,8906
	5	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9998	0,9993	0,9986	0,9982	0,9959	0,9917	0,9844
	6	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
7	0	0,9321	0,6983	0,4783	0,2097	0,1335	0,0824	0,0585	0,0490	0,0280	0,0152	0,0078
	1	0,9980	0,9556	0,8503	0,5767	0,4449	0,3294	0,2634	0,2338	0,1586	0,1024	0,0625
	2	1,0000	0,9962	0,9743	0,8520	0,7564	0,6471	0,5706	0,5323	0,4199	0,3164	0,2266
	3	1,0000	0,9998	0,9973	0,9667	0,9294	0,8740	0,8267	0,8002	0,7102	0,6083	0,5000
	4	1,0000	1,0000	0,9998	0,9953	0,9871	0,9712	0,9547	0,9444	0,9037	0,8471	0,7734
	5	1,0000	1,0000	1,0000	0,9996	0,9987	0,9962	0,9931	0,9910	0,9812	0,9643	0,9375
	6	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9998	0,9995	0,9994	0,9984	0,9963	0,9922
	7	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
8	0	0,9227	0,6634	0,4305	0,1678	0,1001	0,0576	0,0390	0,0319	0,0168	0,0084	0,0039
	1	0,9973	0,9428	0,8131	0,5033	0,3671	0,2553	0,1951	0,1691	0,1064	0,0632	0,0352
	2	0,9999	0,9942	0,9619	0,7969	0,6785	0,5518	0,4682	0,4278	0,3154	0,2201	0,1445
	3	1,0000	0,9996	0,9950	0,9437	0,8862	0,8059	0,7414	0,7064	0,5941	0,4770	0,3633
	4	1,0000	1,0000	0,9996	0,9896	0,9727	0,9420	0,9121	0,8939	0,8263	0,7396	0,6367
	5	1,0000	1,0000	1,0000	0,9988	0,9958	0,9887	0,9803	0,9747	0,9502	0,9115	0,8555
	6	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9996	0,9987	0,9974	0,9964	0,9915	0,9819	0,9648
	7	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9998	0,9998	0,9993	0,9983	0,9961
	8	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
9	0	0,9135	0,6302	0,3874	0,1342	0,0751	0,0404	0,0260	0,0207	0,0101	0,0046	0,0020
	1	0,9966	0,9288	0,7748	0,4362	0,3003	0,1960	0,1431	0,1211	0,0705	0,0385	0,0195
	2	0,9999	0,9916	0,9470	0,7382	0,6007	0,4628	0,3772	0,3373	0,2318	0,1495	0,0898
	3	1,0000	0,9994	0,9917	0,9144	0,8343	0,7297	0,6503	0,6089	0,4826	0,3614	0,2539
	4	1,0000	1,0000	0,9991	0,9804	0,9511	0,9012	0,8552	0,8283	0,7334	0,6214	0,5000
	5	1,0000	1,0000	0,9999	0,9969	0,9900	0,9747	0,9576	0,9464	0,9006	0,8342	0,7461
	6	1,0000	1,0000	1,0000	0,9997	0,9987	0,9957	0,9917	0,9888	0,9750	0,9502	0,9102
	7	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9996	0,9990	0,9986	0,9962	0,9909	0,9805
	8	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9999	0,9997	0,9992	0,9980
	9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
10	0	0,9044	0,5987	0,3487	0,1074	0,0563	0,0282	0,0173	0,0135	0,0060	0,0025	0,0010
	1	0,9957	0,9139	0,7361	0,3758	0,2440	0,1493	0,1040	0,0860	0,0464	0,0233	0,0107
	2	0,9999	0,9885	0,9298	0,6778	0,5256	0,3828	0,2991	0,2616	0,1673	0,0996	0,0547
	3	1,0000	0,9990	0,9872	0,8791	0,7759	0,6496	0,5593	0,5138	0,3823	0,2660	0,1719

